

## Von Neumann's Error

It has been universally agreed that a scale  $s$  is a mapping (a function) that reflects operations on empirical objects (and order when it is defined) in an empirical system  $E$  to corresponding operations in a mathematical system  $M$ . The system  $M$  is then a mathematical model of the empirical system  $E$ .

The purpose of modelling  $E$  by  $M$  is to enable the application of mathematical operations on the elements of the mathematical system  $M$ : "The object of measurement is to enable the powerful weapon of mathematical analysis to be applied to the subject matter of science" (Campbell, 1920).

Since there is no basis for operations in the mathematical system  $M$  other than those operations that reflect corresponding empirical operations, mathematical operations on scale values are applicable if, and only if, these operations are reflections of corresponding empirical operations. This is a necessary and sufficient condition for the applicability of mathematical operations on scale values.

It follows that "interval" or "ratio" classification of scales is not an indicator of applicability of operations on such scales. There is no proof in the literature that the classification of "interval" or "ratio" scales implies the applicability of the operations of addition and multiplication on scale values because this claim is false.

In consequence, addition and multiplication are not applicable on scale values that are based on any of the mathematical models in the classical literature including utility scales of any kind. Applying mathematical operations where they are not applicable is a fundamental error. Concepts that depend on inapplicable operations are ill-defined and numbers produced by inapplicable

## L'erreur de von Neumann

Il est universellement admis qu'une échelle  $s$  est une application (une fonction) qui représente des opérations sur des objets empiriques (et un ordre lorsqu'il est défini) dans un système empirique  $E$  par des opérations correspondantes dans un système mathématique  $M$ . Le système  $M$  est donc un modèle mathématique du système empirique  $E$ .

La modélisation du système  $E$  dans  $M$  vise à permettre l'application d'opérations mathématiques sur des éléments du système mathématique  $M$ : « La mesure vise à permettre l'application de la puissance instrumentale de l'analyse mathématique à la science. » (Campbell, 1920)

Puisqu'il n'y a aucune base pour les opérations dans le système mathématique  $M$  hormis les opérations représentant les opérations empiriques correspondantes, les opérations mathématiques sur des valeurs d'échelle s'appliquent si, et seulement si, ces opérations sont des représentations des opérations empiriques correspondantes. Il s'agit d'une condition nécessaire et suffisante pour que s'appliquent les opérations mathématiques aux valeurs d'échelle.

Il s'ensuit que la classification des échelles par « intervalles » ou par « ratios » n'est pas un indicateur de l'applicabilité des opérations sur de telles échelles. Rien dans la littérature ne démontre que la classification des échelles par « intervalles » ou « par ratios » suppose l'applicabilité des opérations d'addition et de multiplication sur les valeurs d'échelle puisqu'une telle affirmation est fautive.

Par conséquent, l'addition et la multiplication ne sont pas applicables sur des valeurs d'échelle fondées sur quelque modèle mathématique que ce soit de la littérature classique, y compris les échelles

operations are meaningless. This error appears throughout the literature of game theory, decision theory, economic theory, and other disciplines.

See *On the Mathematical Foundations of Economic Theory*, at <http://scientificmetrics.com/publications.html> for details.

Over more than sixty years, decision theorists, game theorists, economists, measurement theorists, psychologists, and mathematicians have not detected this error.

Jonathan Barzilai  
Dalhousie University  
Halifax, Nova Scotia  
[Barzilai@dal.ca](mailto:Barzilai@dal.ca)

d'utilité de toute nature. L'application des opérations mathématiques, quand elles ne sont pas applicables, est une erreur fondamentale. Les concepts qui reposent sur des opérations inapplicables sont mal définis et les résultats produits par des opérations inapplicables sont non significatifs. On retrouve cette erreur dans toute la littérature sur la théorie des jeux, la théorie de la décision, la théorie économique et dans d'autres disciplines.

Pour plus de détails, voir *On the Mathematical Foundations of Economic Theory*, à <http://scientificmetrics.com/publications.html>

Depuis plus de soixante ans, les spécialistes de la théorie de la décision, de la théorie des jeux, de la théorie des mesures ainsi que les économistes, les psychologues et les mathématiciens n'ont pas décelé cette erreur.

Jonathan Barzilai  
Dalhousie University  
Halifax, Nova Scotia  
[Barzilai@dal.ca](mailto:Barzilai@dal.ca)

**CORS-SCRO 2011**

**May 30-June 1, St. John's NL / Du 30 mai au 1<sup>er</sup> juin, St. John's NL**